

Démographie de l'Afrique du Sud

On s'intéresse aux données relatives au nombre d'habitants (en millions) en Afrique du Sud entre 1960 et 1995.

Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
Population	17,1	19,4	22,1	25,2	28,6	32,7	36,8	41,4

Nous allons utiliser l'application Régressions afin de mettre en évidence un modèle fiable capable de décrire l'évolution de la population entre 1960 et 1995, ce qui nous permettra par la suite de réaliser des prévisions.

1. On s'intéresse tout d'abord au taux de variation de la population.
 - (a) Calculer le taux de variation entre 1960 et 1965 puis entre 1990 et 1995. On donnera le résultat sous la forme d'un pourcentage arrondi à 10^{-1} près.

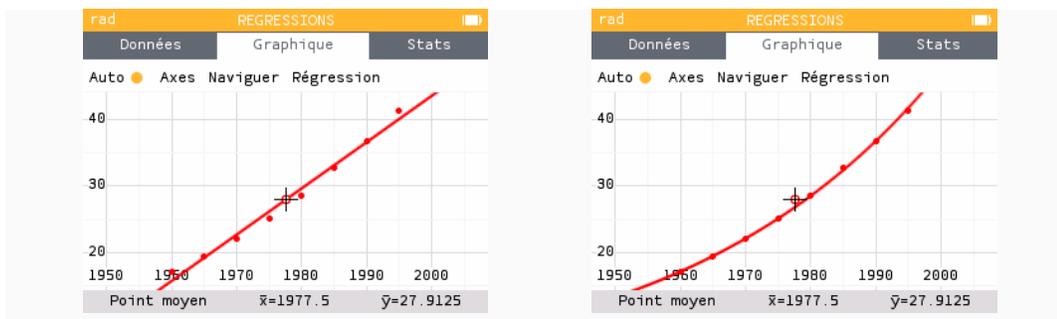
On calcule un taux de variation égal à 13,4% entre 1960 et 1965, et égal à 12,6% entre 1990 et 1995.

- (b) On considère que le taux de variation est relativement stable entre 1960 et 1995 et que la population augmente en moyenne de 13,5% tous les cinq ans. Quel est donc le taux de variation annuel? On pourra utiliser la racine n -ième qui se trouve dans la boîte à outils.

On sait que tous les cinq ans, la population est multipliée par 1,135. Par conséquent, le taux de variation annuel est égal à $\tau = \sqrt[5]{1,135} = 1,135^{\frac{1}{5}} = 1,026$. Chaque année, la population croît en moyenne d'environ 2,6%.

2. Entrer les données du tableau précédent dans l'application Régressions. On entrera en Y1 les données relatives à la population en millions d'habitants.
 - (a) On a vu que le taux de variation restait relativement stable entre 1960 et 1995. Quel modèle semble donc le plus approprié pour décrire nos données? On pourra vérifier en testant les différentes régressions à l'aide de la touche OK ou le menu Régression dans l'onglet Graphique.

Lorsque le taux de variation semble constant, c'est le modèle exponentiel qui est le plus approprié. On peut le vérifier en comparant les deux modèles de régression : avec une régression linéaire, les points ne semblent pas tous sur la droite. Avec un modèle exponentiel, les points semblent tous se trouver sur la courbe.

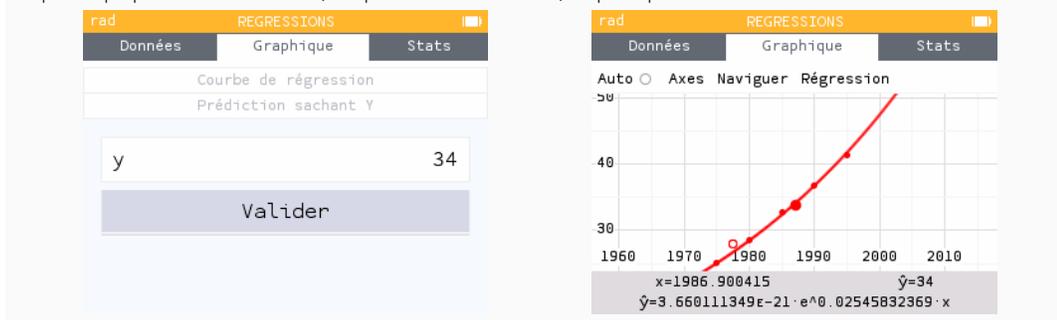


(b) Toujours à l'aide du menu "Régression" de l'onglet Graphique, il est possible d'avoir accès à des prévisions, c'est-à-dire des lectures de courbe en fonction de l'une ou l'autre de nos variables.



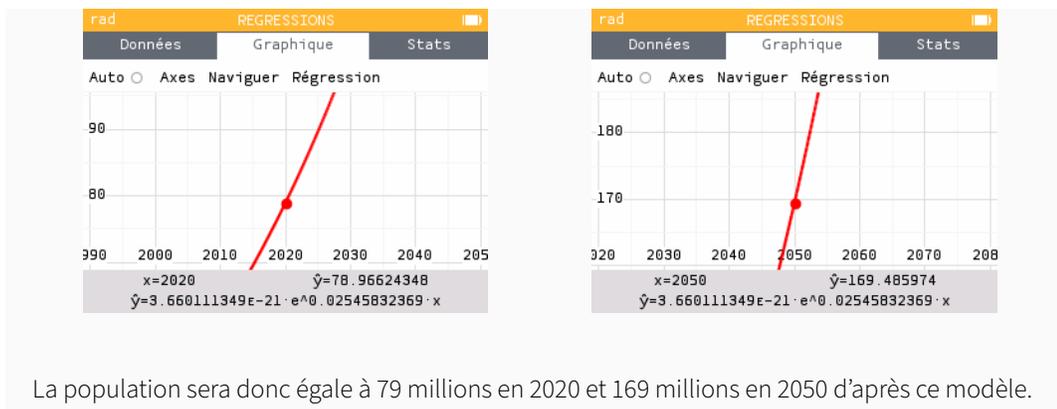
En 1960, la population en Afrique du Sud était environ de 17 millions. D'après le modèle exponentiel, en quelle année la population a-t-elle doublé ? On donnera si possible le mois durant lequel cela s'est produit.

On réalise une prédiction connaissant la valeur de Y avec $y = 34$. C'est à la fin de l'année 1986 que la population a doublé, d'après notre modèle, et plus précisément au mois de décembre.



(c) D'après le modèle exponentiel, quelle sera la population en 2020 ? Et en 2050 ? On arrondira les résultats au million.

On réalise maintenant une prédiction sachant X.



3. En 2020, on comptait 59 308 690 habitants en Afrique du Sud. Que penser de notre modèle ?

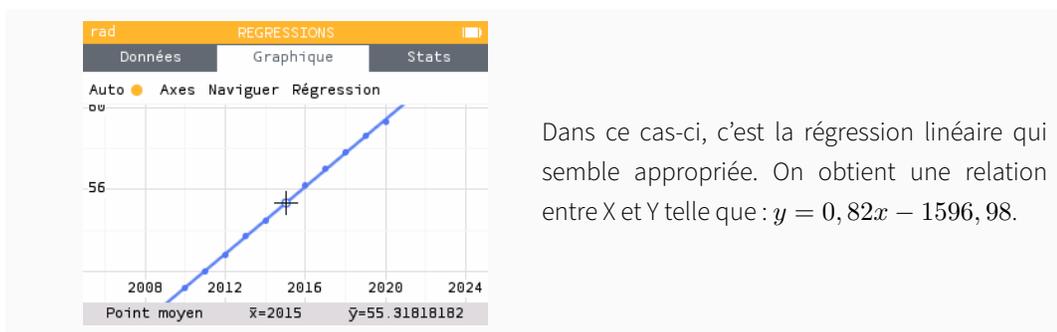
Notre modèle surestime largement la population en Afrique du Sud en 2020.

Afin d'améliorer notre modèle et nos prévisions, on dispose de données plus récentes, relatives à la population de l'Afrique du Sud (en millions) entre 2010 et 2020 :

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Population	51,2	52,0	52,8	53,7	54,5	55,4	56,2	57,0	57,8	58,6	59,3

4. On propose à nouveau d'entrer les données dans l'application Régressions.

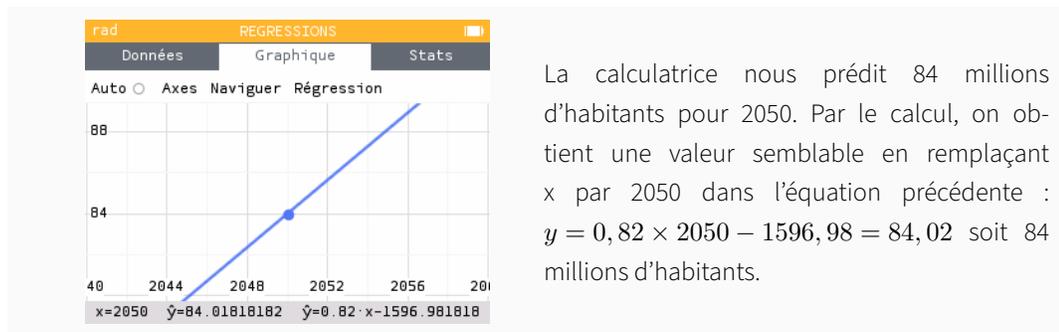
(a) Quel modèle de régression semble le plus approprié pour ces données ? On donnera l'équation correspondant à ce modèle avec des coefficients arrondis à 10^{-2} près.



(b) D'après l'équation obtenue, de combien d'habitants la population augmente-t-elle en moyenne chaque année ?

Le coefficient directeur de la droite est égal à 0,82 ce qui signifie que pour chaque unité, la droite augmente de 0,82. Dans notre contexte, chaque année, la population augmente de 0,82 million soit 820 000 habitants.

(c) Quelle prédiction peut-on faire pour l'année 2050 avec ce modèle? On proposera une lecture graphique ou un calcul pour répondre à cette question.



La calculatrice nous prédit 84 millions d'habitants pour 2050. Par le calcul, on obtient une valeur semblable en remplaçant x par 2050 dans l'équation précédente : $y = 0,82 \times 2050 - 1596,98 = 84,02$ soit 84 millions d'habitants.