

## Boîtes de conserve

### Une histoire de boîte

On souhaite fabriquer en aluminium une boîte de conserve d'un volume de  $500\text{cm}^3$  de manière à ce que la surface d'aluminium utilisée pour réaliser cette boîte soit minimale.

On modélise la boîte de conserve par un cylindre de hauteur  $h$  et de base de rayon  $r$ .

1. Calculer l'aire d'aluminium nécessaire si  $r = 5$ . On arrondira le résultat à l'entier.
2. Exprimer la hauteur de la boîte en fonction du rayon du cylindre. En déduire que l'expression de la surface en aluminium est égale à  $2\pi r^2 + \frac{1000}{r}$ .
3. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction  $f(x) = 2\pi x^2 + \frac{1000}{x}$  définie pour tout réel  $x > 0$ . Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de la valeur de  $x$  pour laquelle la fonction est minimale.
4. La fonction  $f$  est dérivable pour tout  $x > 0$ . Calculer sa dérivée et en déduire la valeur exacte de  $x$  pour que la fonction soit minimale.
5. Quelles sont les dimensions (à  $10^{-1}$  près) du cylindre? Quelle est alors la surface d'aluminium nécessaire à sa fabrication?

### Une histoire d'alu

On décide finalement de fixer  $r = 4\text{ cm}$  et  $h = 10\text{ cm}$ . On veut fabriquer 30 000 boîtes. Les formes seront découpées dans un rectangle d'aluminium en suivant cet ordre : cercle - rectangle - cercle.

On hésite entre deux fournisseurs pour passer commande : le fournisseur S'alu propose de payer un forfait fixe de 15 000€ puis facture à 42€ le mètre carré. Son concurrent, Alu'minime facture à 55€ le mètre carré.

Lequel de ces deux fournisseurs est le plus intéressant pour notre commande? Combien faut-il de centaines de mètres carré pour que les prix de la société S'alu deviennent plus attractifs? On pourra procéder à quelques arrondis pour faciliter les prévisions.

### Une histoire à dormir debout!

On décide de tester un concept révolutionnaire de boîte en alu à couvercle cartonné. Il ne faut donc plus fabriquer qu'un seul disque en aluminium. Les dimensions de notre boîte vont-elles changer?