

Datation archéologique (fonction exponentielle)

Le carbone 14 est un isotope radioactif utilisé en archéologie pour dater des échantillons carbonés. En effet, celui-ci est présent dans toute matière organique vivante en proportion constante. A la mort de l'organisme, en l'absence d'échanges avec l'environnement, le nombre d'atomes de carbone 14 diminue selon une loi mathématique connue. La datation consiste à examiner le nombre d'atomes radioactifs présents dans l'échantillon à un instant t et à le comparer au nombre initial d'atomes de carbone 14.

1. On note $N(t)$ la fonction mathématique qui au temps écoulé t ($t \geq 0$), exprimé en milliers d'années, associe le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon. Cette fonction est définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par la relation :

$$N(t) = N_0 e^{-0,12t}$$

- (a) On appelle temps de demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ le temps au bout duquel le nombre de noyaux radioactifs a diminué de moitié, soit $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$. D'après les informations précédentes, démontrer que :

$$e^{-0,12 t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

- (b) On appelle f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = e^{-0,12x}$. Dresser son tableau de variation. D'après ce tableau, combien l'équation précédente compte-t-elle de solutions?
 - (c) A l'aide de l'outil Tableau (application Fonctions) de la calculatrice, donner une valeur approchée de $t_{\frac{1}{2}}$ à 10^{-1} près et proposer une interprétation de ce nombre.
2. Calcul du nombre initial d'atomes de carbone 14.
 - (a) Dans un échantillon organique vivant, on sait qu'on a 1 300 milliards d'atomes de carbone 12 pour un atome de carbone 14. Exprimer le rapport C14/C12.
 - (b) En déduire le nombre d'atomes de carbone 14 dans un échantillon contenant initialement $7,7 \times 10^{17}$ atomes de carbone. On arrondira le résultat.
 3. On utilisera la calculatrice pour répondre à ces questions.
 - (a) On considère un échantillon radioactif contenant initialement $1,0 \times 10^6$ atomes radioactifs. Combien reste-t-il de noyaux radioactifs au bout de 10 000 ans? On donnera un résultat approché.
 - (b) On retrouve un os dans lequel on compte environ 90 000 atomes radioactifs. Estimer approximativement l'âge de cet os à l'aide de la calculatrice.