Approximation de e par la méthode d'Euler

A la découverte de la fonction exponentielle

On cherche à construire point par point une fonction avec deux caractéristiques précises : $f'(x) = f(x)$ et $f(0) = 1$.

1. Rappeler la définition du nombre dérivé au point d'abscisse a et en déduire une approximation du nombre $f(a+h)$ pour un réel h positif et proche de 0.
2. On choisit $h = 0,1$. Remplir le tableau suivant :

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
f(x)	1										

   On propose ensuite de tracer la courbe correspondant aux données ci-dessus grâce à un algorithme Python utilisant le module `matplotlib.pyplot`.
   On pourra utiliser la fonction `plot(listeX, listeY)` du module `matplotlib.pyplot` qui relie les points dont les coordonnées sont contenues dans deux listes : listeX et listeY.
3. D'après le tableau ci-dessus, exprimer les évolutions de x et $f(x)$ en utilisant les suites numériques.
4. En déduire une expression (approximative) de $f(nh)$ avec n entier naturel.
5. On pose maintenant $x = n \times h$. Exprimer $f(x)$ et en déduire une expression de $f(1)$.
6. On appelle $f(1)$ le nombre e, appelé exponentielle, lorsque n tend vers l'infini. Plus n est grand et plus le résultat tend vers la valeur recherchée.
   On propose de programmer un algorithme en Python permettant de calculer ce nombre e pour plusieurs valeurs de n à l'aide d'une fonction `calcul(n)`.