

Autour de la suite de Syracuse

On appelle une suite de Syracuse une suite construite sur un schéma très simple :

- On choisit un entier n .
- S'il est pair, on le divise par deux.
- S'il est impair, on le multiplie par 3 et on lui soustrait 1.
- Et on recommence le procédé...

Coder les suites de Syracuse

On cherche à réaliser une fonction `syracuse(m,n)` qui va lister les n premiers éléments de la liste de Syracuse démarrant du nombre m .

On propose d'utiliser une variable `liste` dans laquelle on stockera les valeurs successives de la suite.

1. Comment initialiser la variable `liste` en début de programme ?
2. Quel type de boucle permet de lister les n premiers éléments d'une liste ?
3. Quelle instruction permet d'ajouter un élément m à la liste ?
4. À l'aide des questions précédentes, écrire la fonction `syracuse(m,n)` et tester avec `syracuse(15,10)`.
On suggère d'utiliser `int(m/2)` pour limiter l'affichage des décimales au sein de la liste.
5. On propose de réaliser une fonction `syracuse_graph(m)` qui permet de représenter graphiquement les 100 premiers termes de la suite de Syracuse du nombre m .
On pourra définir une liste `X=[i for i in range(100)]` en abscisse et utiliser le programme précédent pour obtenir la liste des éléments de la suite à entrer en ordonnées. L'instruction `graph(X,Y)` permettra la représentation graphique.
On n'oubliera pas, bien sûr, d'importer le module `matplotlib.pyplot` !

Toutes les suites de Syracuse mènent à Rome

Il existe une hypothèse mathématique qui n'a encore jamais été démontrée... mais jamais infirmée non plus : toutes les suites de Syracuse atteignent le nombre 1, à un moment ou à un autre. C'est la **conjecture de Syracuse**.

1. Reprenons la suite de Syracuse du nombre 15 et, à l'aide de notre fonction, affichons non plus les 10 mais les 20 premiers termes de la suite. Atteignez-vous le nombre 1 ?
2. Essayez avec d'autres nombres, d'autres valeurs. Affichez par exemple les premiers termes de la suite de Syracuse de 31 : combien de termes devez-vous afficher à l'écran avant de trouver le nombre 1 ?

3. Nous allons créer une fonction `syracuse_search(m)` qui, s'appuyant sur la conjecture précédente, permet de connaître l'indice du premier élément de la liste égal à 1. Notre programme doit donc boucler jusqu'à ce que le nouvel élément calculé soit égal à 1. Quel type de boucle utiliser ici ?
4. Ecrire la fonction `syracuse_search(m)` et vérifier que son exécution est cohérente avec vos essais précédents.
5. Testez votre programme avec d'autres valeurs. Existe-t-il une corrélation entre le nombre m et l'indice obtenu par la fonction `syracuse_search(m)` ?
6. Pour vérifier notre réponse, on propose de rédiger une fonction `graph()` qui permet de représenter graphiquement les indices obtenus par la fonction précédente pour les nombres allant de 2 à 100. On créera une première liste X avec les entiers allant de 2 jusqu'à 100, puis une seconde Y dans laquelle on stockera les résultats de `syracuse_search` pour ces nombres respectifs.