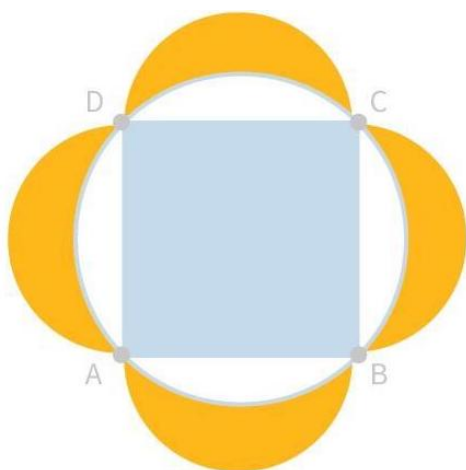


## Le problème des lunules

On attribue la formulation de ce problème à Hippocrate de Chios, qui vécut au Ve siècle avant notre ère.



On considère un carré de côté  $c$  que l'on inscrit dans un cercle, de rayon  $r$ . On construit ensuite quatre lunules à partir des côtés du carré, c'est-à-dire que l'on construit les demi-cercles de diamètre  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  et  $AD$  et on s'intéresse à la surface de ces demi-cercles auxquels on soustrait la surface contenue dans le cercle de rayon  $r$ . Les lunules apparaissent en jaune sur la figure.

Nous allons montrer que l'aire de ces quatre lunules est identique à l'aire du carré  $ABCD$ .

1. Exprimer la relation existant entre  $c$  et  $r$ .
2. On s'intéresse à la lunule construite sur le côté  $AB$ . Exprimer en fonction de  $r$ , puis en fonction de  $c$ , la surface comprise entre le segment  $[AB]$  et l'arc de cercle  $\widehat{AB}$ .
3. En déduire la surface de la lunule.
4. En conclure que la surface des 4 lunules est égale à la surface du carré  $ABCD$ .