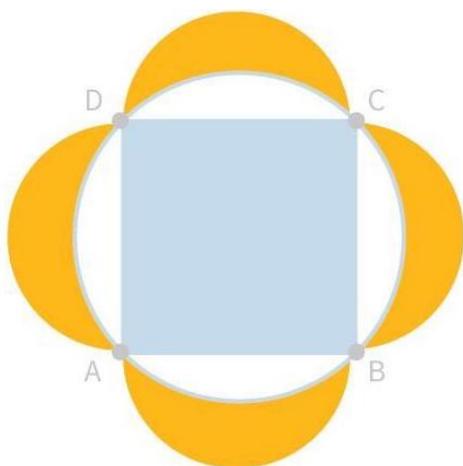


Le problème des lunules

On attribue la formulation de ce problème à Hippocrate de Chios, qui vécut au Ve siècle avant notre ère.



On considère un carré de côté c que l'on inscrit dans un cercle, de rayon r . On construit ensuite quatre lunules à partir des côtés du carré, c'est-à-dire que l'on construit les demi-cercles de diamètre AB , BC , CD et AD et on s'intéresse à la surface de ces demi-cercles auxquels on soustrait la surface contenue dans le cercle de rayon r . Les lunules apparaissent en jaune sur la figure.

Nous allons montrer que l'aire de ces quatre lunules est identique à l'aire du carré $ABCD$.

1. Exprimer la relation existant entre c et r .
2. On s'intéresse à la lunule construite sur le côté AB . Exprimer en fonction de r , puis en fonction de c , la surface comprise entre le segment $[AB]$ et l'arc de cercle \widehat{AB} .
3. En déduire la surface de la lunule.
4. En conclure que la surface des 4 lunules est égale à la surface du carré $ABCD$.