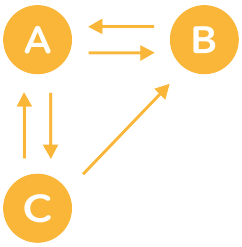
Le PageRank de Google

Introduction

Le PageRank est l'algorithme d'analyse des liens hypertextes utilisé pour le classement des pages Web par le moteur de recherche Google. Le PageRank n'est qu'un indicateur parmi d'autres dans l'algorithme qui permet de classer les pages du Web dans les résultats de recherche. Ce système a été inventé par Larry Page, cofondateur de Google. Ce mot est une marque déposée.
Le principe de base est d'attribuer à chaque page une valeur proportionnelle au nombre de fois que passerait par cette page un utilisateur parcourant le Web en cliquant aléatoirement, sur un des liens apparaissant sur chaque page.
A chaque instant, des "robots", appelés "spiders", parcourent la toile, de lien en lien, et mettent ainsi sans cesse à jour le PageRank des pages du web.

Avec une pièce de monnaie

On schématise une page web par un cercle et les liens entre les pages par des flèches. Trois pages A, B et C sont donc représentées de la façon suivante.



L'objectif est de déterminer la fréquence avec laquelle on visite chaque page lorsqu'on parcourt le graphe de façon aléatoire.
Au départ le nombre de visite de chaque page est nul.
On choisit une page de départ au hasard et on incrémente de 1 son nombre de visite (il passe donc à 1). A l'aide d'une pièce de monaie équilibrée, nous allons nous promener sur ce graphe en respectant les règles ci-dessous :

- Si d'une page ne part qu'un seul lien alors on le suit.
- Si d'une page partent deux liens, on décide que l'un d'eux correspondra à face, l'autre à pile et on lance la pièce. Selon le résultat, on emprunte le lien correspondant.

A chaque nouvelle page atteinte, on augmente son nombre de visite(s) et on se déplace à nouveau.

1. Réalisez cette expérience 30 fois puis donnez un PageRank à nos trois pages, c'est à dire leurs fréquences de visite.

Simulation Python

2. Créez un nouveau programme Python et appelez le `pagerank.py`. Importez le module `random` qui sera nécessaire pour cette activité en ajoutant `from random import *` (accessible dans la boîte à outils paste* dans le script. Définissez ensuite une fonction nommée `PR(n)` dont l'objectif sera de réaliser n déplacements aléatoires sur le graphe précédent puis de renvoyer les résultats attendus.

On note `nA`, `nB` et `nC` les variables entières égales au nombre de visites des pages A, B et C.

3. Commencez, dans notre fonction, par les définir en les initialisant à 0.

La page en cours de visite sera modélisée par la variable `page` qui pourra prendre les valeurs "A" ou "B" ou "C". Pour démarrer il nous faut donc choisir au hasard entre A, B et C. Pour cela on va utiliser la fonction `randint(a,b)` du module `random`. Cette fonction génère un nombre aléatoire entre a et b.

4. Définir la variable `start=randint(0,2)` qui choisit de façon équiprobable un nombre aléatoire entier dans 0,1,2 puis distinguer les cas suivants à l'aide d'un test `if` :
   — Si `start` vaut 0 alors `page` sera égal à "A" et `nA` à 1 ;
   — Sinon, si `start` vaut 1, alors `page` sera égal à "B" et `nB` à 1 ;
   — Sinon, `page` sera égal à "C" et `nC` à 1.

Il faut maintenant définir une boucle qui visitera n pages aléatoirement. A chaque "tour" de cette boucle :
— Si `page` est égal à "A" d'où partent deux liens, on définit `alea=randint(0,1)` : si `alea` vaut 0 alors on passe à la page "B" et `nB` augmente de 1, sinon on passe à la page "C" et `nC` augmente de 1 ;
— Sinon si `page` est égal à "B" d'où part un seul lien alors on passe à la page "A" et `nA` augmente de 1 ;
— Sinon (on est forcément sur la page C d'où partent deux liens), on procède de la même façon que pour la page "A" afin de choisir entre A et B.

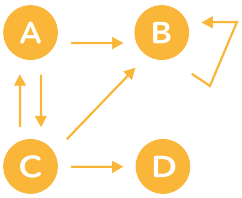
5. Ecrire cette boucle.

Une fois la boucle terminée, il faut renvoyer les résultats attendus, c'est-à-dire les fréquences de visite de "A", "B" et "C" après n+1 parcours (en comptant le choix de départ).

6. Définir ainsi les variables `fA`, `fB` et `fC` qui désignent les fréquences de visite des trois pages et terminer la fonction par `return fA,fB,fC`.
7. Testez votre algorithme avec 100 puis 1000 puis 10000 déplacements. Classez A, B et C par popularité.

Un premier cas particulier

Voici un nouveau graphe qui contient cette fois quatre pages : A, B, C et D.



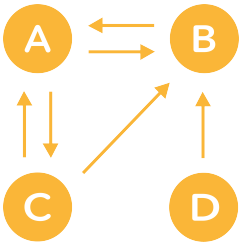
8. Observez le nouveau graphe représentant les liens entre les pages A, B, C et D et identifiez quel est le problème.

Pour pallier ce problème, on décide que si la page visitée ne redirige pas vers une autre page, alors on choisit au hasard la page suivante parmi les autres.

9. Adapter la fonction `PR(n)` pour calculer le PageRank des pages A, B, C et D. Testez ensuite votre algorithme avec 100 puis 1000 puis 10000 déplacements. Classez A, B, C et D par popularité.

Un deuxième cas particulier

Voici un nouveau graphe. :



10. Observez le graphe et trouvez quel est le problème.

Pour pallier ce problème on décide que, à chaque page visitée quelle qu'elle soit, on choisit une fois sur vingt la page suivante au hasard parmi toutes les pages.

11. Adapter la fonction `PR(n)` pour calculer le PageRank des pages A, B, C et D. Testez ensuite votre algorithme avec 100 puis 1000 puis 10000 déplacements. Classez A, B, C et D par popularité.

On a ajouté une disjonction de cas en début de boucle pour tester si `nA`, `nB`, `nC` ou `nD` n'est pas multiple de 20 :

```
if nA%20==0 or nB%20==0 or nC%20==0 or nD%20==0:
    alea=randint(0,3)
    if alea==0:
        page="A"
        nA=nA+1
    elif alea==1:
        page="B"
        nB=nB+1
    elif alea==2:
        page="C"
        nC=nC+1
    else:
        page="D"
        nD=nD+1
```