

## Croissance bactérienne

On considère une bactérie en phase de croissance, présente initialement en quantité  $N_0$ , qui se divise pendant un temps  $t$ . Cela signifie qu'à chaque division, la cellule-mère se scinde en deux cellules-filles.

- On s'intéresse à l'évolution de la population de bactéries.
  - Combien compte-t-on de bactéries après une génération (ou division)? Après deux générations?
  - Quelle est la relation entre  $N_n$ , le nombre de bactéries au bout de  $n$  générations, et  $N_0$ , le nombre de bactéries initial?

Voici les données expérimentales qui ont été recueillies. On donne  $t$  en minutes et le nombre de bactéries en milliers :

t	0	15	30	45	60	75	90	105	120
N	245	308	382	474	593	744	928	1 156	1 381

- Entrer ces données dans l'application Régressions, et vérifier que les données suivent bien une croissance exponentielle en sélectionnant le modèle de régression adapté (touche  $\otimes$  dans Graphique).
- On appelle  $k$  le taux de croissance des bactéries, c'est-à-dire le nombre de divisions par unité de temps. On a donc  $n = kt$  et  $N = N_0 \times 2^{kt}$ . Montrer que :  $\ln N = \ln N_0 + kt \ln 2$
- D'après cette expression, conjecturer la représentation graphique de  $\ln N$  en fonction de  $t$ .
- On propose de réaliser une nouvelle régression en représentant maintenant  $\ln N$  en fonction de  $t$ .

Dans l'onglet Données de l'application, nous allons réutiliser les mêmes valeurs en X1 et en X2 : on sélectionner la cellule X2, touche OK, puis **Remplir avec une formule** > **Vide**. En appuyant sur la touche  $\left(\begin{smallmatrix} \text{copy} \\ \text{var} \end{smallmatrix}\right)$ , on retrouve dans le sous-menu Listes les données de la colonne X1 afin d'entrer  $X2=X1$ .

Pour les valeurs de Y2, nous allons réutiliser les valeurs de Y1 en appliquant le même procédé avec un logarithme. On sélectionne Y2, touche OK, remplir avec une formule :  $Y2 = \ln(Y1)$ .

The left screenshot shows the 'Options de la colonne' menu with the following options: Trier (Tri par valeurs croissantes), Remplir avec une formule (selected), Effacer la colonne, and Régression (a · X+b ▶).

The right screenshot shows a data table with the following values:

Y1	X2	Y2
245	0	0
308	15	0
382	30	0
474	45	0
593	60	0
744	75	0
928	90	0

Below the table, the formula  $Y2 = \ln(Y1)$  is entered.

Désactiver les données du premier tableau (en sélectionnant la cellule X1, touche OK puis décocher **Afficher la série**) et vérifier votre conjecture en effectuant une régression sur les données du second tableau.

Une fois la courbe de régression affichée, appuyer sur  $\otimes$  pour obtenir des informations complémentaires. Quelle est la valeur du coefficient directeur à  $10^{-3}$  près ?

6. En déduire une expression de  $N(t)$ .
7. Quelle est la limite de la fonction  $N(t)$  lorsque  $t$  tend vers  $+\infty$ ? Ce modèle mathématique est-il cohérent pour décrire toute la dynamique de croissance des bactéries dans un milieu donné?