

## Datation archéologique

On considère un échantillon de matière organique. Celui-ci contient à l'instant  $t$  ( $t \geq 0$ ),  $N(t)$  noyaux radioactifs.

1. On sait que la vitesse de désintégration des noyaux  $N'(t)$  est décroissante et proportionnelle (de coefficient  $\lambda$  positif et non-nul) au nombre de noyaux radioactifs. Établir l'équation différentielle correspondante.
2. On considère qu'à l'instant  $t = 0$ , le nombre de noyaux radioactifs est égal à  $N_0$ . Résoudre l'équation différentielle.
3. Le temps de demi-vie  $t_{\frac{1}{2}}$  est définie comme étant le temps au bout duquel le nombre de noyaux radioactifs est divisé par deux. Établir l'équation correspondante et en déduire une expression de  $t_{\frac{1}{2}}$ .
4. Établir une expression afin de connaître l'âge d'un échantillon radioactif en fonction de sa demi-vie et de son nombre de noyaux radioactifs à l'instant  $t$ .
5. On s'intéresse à un échantillon organique qui comprend  $7,00 \times 10^6$  noyaux radioactifs. Initialement, il en contenait  $1,00 \times 10^8$ . Quel est l'âge de cet échantillon ? On rappelle que le temps de demi-vie du carbone 14 est de 5730 ans.