

Datation archéologique

On considère un échantillon de matière organique. Celui-ci contient à l'instant t ($t \geq 0$), $N(t)$ noyaux radioactifs.

1. On sait que la vitesse de désintégration des noyaux $N'(t)$ est décroissante et proportionnelle (de coefficient λ positif et non-nul) au nombre de noyaux radioactifs. Établir l'équation différentielle correspondante.
2. On considère qu'à l'instant $t = 0$, le nombre de noyaux radioactifs est égal à N_0 . Résoudre l'équation différentielle.
3. Le temps de demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ est définie comme étant le temps au bout duquel le nombre de noyaux radioactifs est divisé par deux. Établir l'équation correspondante et en déduire une expression de $t_{\frac{1}{2}}$.
4. Établir une expression afin de connaître l'âge d'un échantillon radioactif en fonction de sa demi-vie et de son nombre de noyaux radioactifs à l'instant t .
5. On s'intéresse à un échantillon organique qui comprend $7,00 \times 10^6$ noyaux radioactifs. Initialement, il en contenait $1,00 \times 10^8$. Quel est l'âge de cet échantillon ? On rappelle que le temps de demi-vie du carbone 14 est de 5730 ans.