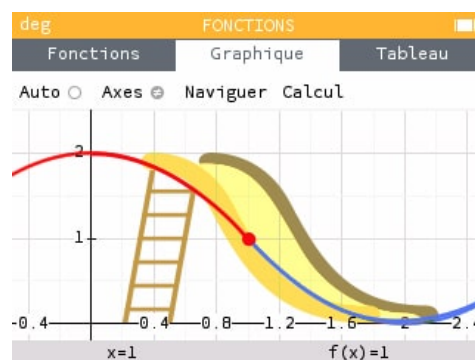


Toboggan et convexité

Construction du toboggan

On cherche à construire un toboggan à partir de deux fonctions du second degré comme dans l'exemple ci-contre. La première courbe passe les points de coordonnées $(0;2)$ et $(1;1)$. La seconde courbe passe par les points de coordonnées $(1;1)$ et $(2;0)$.



1. En utilisant les données de l'énoncé, établir les équations de ces deux fonctions du second degré.
2. Quelle est la condition pour que la transition d'une courbe à l'autre se fasse de la manière la plus douce possible? Vérifier cette condition.
3. Il est possible d'obtenir le tracé souhaité à l'aide d'une seule fonction de degré 3, de la forme $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Déterminer les valeurs de a, b, c et d .

Toboggan et convexité

On appelle $h(x)$ la fonction définie précédemment sur l'intervalle $[0; 2]$.

1. Tracer la fonction sur la calculatrice. Faire apparaître la tangente à la courbe au point $x = 0$ et la faire glisser (en appuyant sur la flèche droite) jusqu'en $x = 2$. Décrire la position des tangentes par rapport à la courbe. Qu'observe-t-on en $x = 1$?
2. Décrire l'évolution de la pente tout le long du toboggan. Quelle différence peut-on observer entre 0 et 1 puis entre 1 et 2? Que ressentirait quelqu'un qui emprunterait ce toboggan?
3. Faire un tableau de signe de la dérivée seconde, c'est à dire la dérivée de la fonction $h'(x)$, entre 0 et 2.
4. Conclure.